

## Systemes d'équations

### 1. Définition

Un système est composé de deux équations et de deux inconnues.

Pour tout a, b, c, d, e, f, x et y :

$$\begin{cases} ax + by = c \\ dx + ey = f \end{cases}$$

### 2. Résolution de systèmes

Il existe deux méthodes pour résoudre un système.

#### Méthode par élimination

Résoudre le système suivant :

$$\begin{cases} 4x + 2y = 32 \\ x + 3y = 23 \end{cases}$$

Le but de cette méthode est de multiplier chaque équation par un nombre et d'additionner les deux nouvelles équations afin d'éliminer une des deux inconnues.

$$\begin{cases} 4x + 2y = 32 \quad (\times 1) \\ x + 3y = 23 \quad (\times (-4)) \end{cases}$$

$$\begin{cases} 4x + 2y = 32 \\ -4x - 12y = -92 \end{cases}$$

$$4x + 2y - 4x - 12y = 32 - 92$$

$$-10y = -60$$

$$y = -60 / (-10)$$

$$y = 6$$

Calculons x maintenant : il suffit de remplacer y par sa valeur dans une des deux équations de départ.

$$4x + 2 \times 6 = 32$$

$$4x + 12 = 32$$

$$4x = 32 - 12$$

$$4x = 20$$

$$x = 20/4$$

$$x = 5$$

Le couple de solutions de ce système est (5 ; 6)

Vérifions le couple de solutions à l'aide de la deuxième équation :

$$5 + 3 \times 6 = 5 + 18 = 23 \rightarrow \text{on trouve la même valeur donc c'est juste.}$$

## Méthode par substitution

Résoudre le système suivant :

$$\begin{cases} 9x + 10y = 89 \\ 10x + y = 18 \end{cases}$$

Dans la méthode par substitution, on cherche d'abord à trouver une inconnue en fonction de l'autre, puis on remplace l'inconnue, dans l'autre équation, par l'expression trouvée.

Prenons  $10x + y = 18$

$$y = 18 - 10x$$

Remplaçons  $y$  dans la première équation par cette expression :

$$\begin{cases} 9x + 10(18 - 10x) = 89 \\ y = 18 - 10x \end{cases}$$

$$\begin{cases} 9x + 180 - 100x = 89 \\ y = 18 - 10x \end{cases}$$

$$\begin{cases} 9x - 100x = 89 - 180 \\ y = 18 - 10x \end{cases}$$

$$\begin{cases} 9x - 100x = 89 - 180 \\ y = 18 - 10x \end{cases}$$

$$\begin{cases} -91x = -91 \\ y = 18 - 10x \end{cases}$$

$$\begin{cases} x = -91/(-91) \\ y = 18 - 10x \end{cases}$$

$$\begin{cases} x = 1 \\ y = 18 - 10x \end{cases}$$

$$\begin{cases} x = 1 \\ y = 18 - 10x \end{cases}$$

$$\begin{cases} x = 1 \\ y = 18 - 10x \end{cases}$$

$$\begin{cases} x = 1 \\ y = 18 - 10x \end{cases}$$

$$\begin{cases} x = 1 \\ y = 18 - 10x \end{cases}$$

Remplaçons  $x$  par sa valeur dans la deuxième équation :

$$\begin{cases} x = 1 \\ y = 18 - 10 \times 1 \end{cases}$$

$$\begin{cases} x = 1 \\ y = 18 - 10 \end{cases}$$

$$\begin{cases} x = 1 \\ y = 8 \end{cases}$$

Le couple de solution de ce système est  $(1 ; 8)$ .

Vérification : on remplace les  $x$  et  $y$  par leurs valeurs respectives dans chaque équation de départ :

$$9 \times 1 + 10 \times 8 = 9 + 80 = 89 \rightarrow \text{on trouve le même résultat donc c'est juste.}$$

$$10 \times 1 + 8 = 10 + 8 = 18 \rightarrow \text{on trouve le même résultat donc c'est juste.}$$