

Section d'un solide par un plan

1. Définition

La surface déterminée par une section d'un cône ou d'une pyramide, parallèle à sa base, est une surface de même type mais d'aire plus petite.

Dans le cas d'un cône, on aura une surface circulaire.

Dans le cas d'une pyramide à base carrée, on aura une surface carrée.

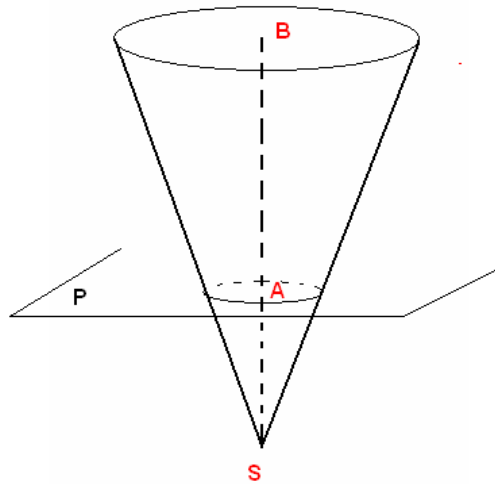
Dans le cas d'une pyramide à base polygonale, on aura une surface polygonale.

Exemple

Voici la section d'un cône de hauteur [SB], par un plan P parallèle à la base du cône.

L'intersection entre le plan et le cône est un cercle de centre A.

On obtient, ainsi, un petit cône et un tronc de cône.



2. Section, aires et volumes

Rappel des formules :

Soit une figure F et P un plan qui coupe la figure et donne ainsi une figure F'. La figure F' est donc la réduction de F.

Soit k un coefficient de réduction.

Soit l, A et V, les longueur, aire et volume de la figure F et l', A' et V', les longueur, aire et volume de la figure F'.

$$\begin{aligned}l' &= k \times l \\ A' &= k^2 \times A \\ V' &= k^3 \times V\end{aligned}$$

Pour trouver le coefficient de réduction, on fait :

$$k = \frac{l'}{l} \text{ ou } k = \sqrt{\frac{A'}{A}} \text{ ou } k = \sqrt[3]{\frac{V'}{V}}$$

Exemple

J'ai une pyramide de hauteur [SB] qui est coupée par un plan P parallèle à la base de la pyramide. L'intersection entre le plan et la pyramide de hauteur [SB] est un carré de centre A. La pyramide de hauteur [SA] est donc une réduction de la pyramide de hauteur [SB].

1) Sachant que SA = 3m et que SB = 9m, quel est le coefficient de réduction ?

$$k = \frac{l'}{l} = \frac{SA}{SB} = \frac{3}{9} = \frac{1}{3}$$

2) Si l'aire de la base de la pyramide de hauteur [SB] fait environ 20m², quelle sera l'aire de la base de la pyramide de hauteur [SA] ?

$$A' = k^2 \times A = \left(\frac{1}{3}\right)^2 \times 20 = \frac{20}{9} \approx 2,22 \text{ m}^2$$

3) A) Si le volume de la pyramide de hauteur [SA] est de 150m³, quel sera le volume de la pyramide de hauteur [SB] ?

$$V' = k^3 \times V \text{ donc } V = \frac{V'}{k^3}$$

$$V = \frac{V'}{k^3} = \frac{150}{\left(\frac{1}{3}\right)^3} = 150 \times 27 = 4.050 \text{ m}^3.$$

B) Quel est le volume du tronc de pyramide de hauteur [AB] ?

V tronc de pyramide = V pyramide de hauteur [SB] – V pyramide de hauteur [SA]

V tronc de pyramide = 4.050 – 150 = 3.900 m³.