Fonction affine

1. Définition

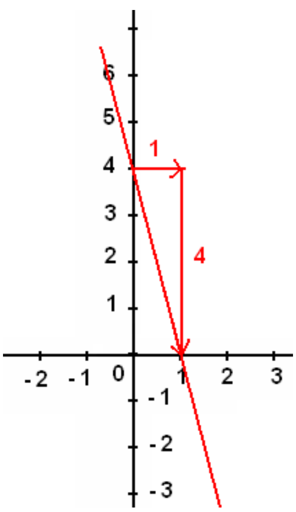
Si a est un coefficient directeur et b l'ordonnée à l'orgine, alors l'équation d'une droite ou fonction affine est **y = ax + b**.
Elle peut s'écrire aussi f(x) = ax + b. Dans ce cas, elle se lit « f de x est égal à a (fois) x plus b».
Elle peut s'écrire aussi x —› ax + b. Dans ce cas, elle se lit « x donne a (fois) x plus b».

Pour tout x ≠ 0, le coefficient directeur a est égal à a = $\frac{y - b}{x}$.

Exemples

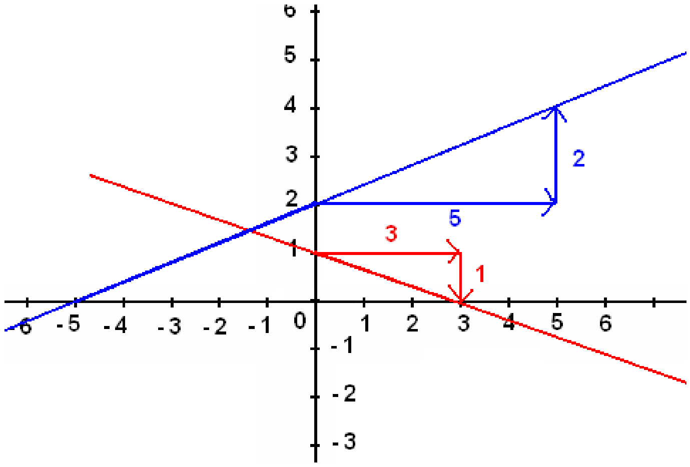
- Soit y = 5x + 2. Quel est le coefficient directeur ? Quelle est l'ordonnée à l'origine ?
Le coefficient directeur est a = 5.
L'ordonnée à l'origine est b = 2.
- Soit y = -3x - 4. Quel est le coefficient directeur ? Quelle est l'ordonnée à l'origine ?
Le coefficient directeur est a = - 3.
L'ordonnée à l'origine est b = - 4.
- Quelle est la fonction linéaire telle que l'image de x = -3 soit y = 12 et que l'ordonnée à l'origine soit 6?
Le coefficient directeur est a = (12 – 6) / (-3) = 6 / (-3) = -2.
La fonction linéaire correspondante est donc y = -2x + 6.

3. Détermination du coefficient directeur sur un graphique



Soit un repère orthonormé.
Ci-contre, nous avons une droite rouge.
Une équation de droite se présente sous la forme :
y = ax + b avec a le coefficient directeur et b l'ordonnée à l'origine.
Ici b = 4, car la droite coupe l'axe des ordonnées au point 4.
Pour déterminer a, il suffit de se placer sur le point correspondant à l'ordonnée à l'origine (b). Ensuite, on avance d'une unité vers la droite (cf. 1 en rouge), puis on descend d'autant d'unités que nécessaire pour arriver en un point appartenant à la droite. Ci-contre, après être parti du point 4, on a avancé d'une unité puis on est descendu de quatre unités pour pouvoir rejoindre la droite. Le coefficient directeur de la droite, correspond au nombre d'unités utilisées verticalement divisé par le nombre d'unités utilisées horizontalement, sachant que comme verticalement on est descendu, le coefficient directeur sera négatif, soit dans notre cas a = -4/1 = -4.
L'équation de la droite est donc y = -4x + 4.

Des fois, dans le cas d'une droite d'équation du type y = ax + b, il est moins aisé de trouver a, le coefficient directeur.
Soit un repère orthonormé.
Ci-contre, nous avons deux droites : une bleue et une rouge.



Commençons par la droite bleue.
Une équation de droite se présente sous la forme : y = ax + b avec a le coefficient directeur et b l'ordonnée à l'origine.
Ici b = 2, car la droite coupe l'axe des ordonnées au point 2.
Pour déterminer a, il suffit de se placer sur le point correspondant à l'ordonnée à l'origine (b). Ensuite, on avance, vers la droite, d'autant d'unités nécessaires pour pouvoir par la suite monter d'une ou plusieurs unités entières. Ici, il faut avancer vers la droite de 5 unités pour pouvoir ensuite monter de deux unités pour rejoindre la droite bleue. Le coefficient directeur de la droite, correspond au nombre d'unités utilisées verticalement divisé par le nombre d'unités utilisées horizontalement, sachant que comme verticalement on est monté, le coefficient directeur sera positif, soit dans notre cas a = 2/5.

L'équation de la droite est donc y = $\frac{2}{5}$x + 2 .

Regardons, maintenant, la droite rouge.
Une équation de droite se présente sous la forme : y = ax + b avec a le coefficient directeur et b l'ordonnée à l'origine.
Ici b = 1, car la droite coupe l'axe des ordonnées au point 1.
Pour déterminer a, il suffit de se placer sur le point correspondant à l'ordonnée à l'origine (b). Ensuite, on avance, vers la droite, d'autant d'unités nécessaires pour pouvoir par la suite descendre d'une ou plusieurs unités entières. Ici, il faut avancer vers la droite de 3 unités pour pouvoir ensuite descendre d'une unité pour rejoindre la droite bleue. Le coefficient directeur de la droite, correspond au nombre d'unités utilisées verticalement divisé par le nombre d'unités utilisées horizontalement, sachant que comme verticalement on est descendu, le coefficient directeur sera négatif, soit dans notre cas

a = - 1/3. L'équation de la droite est donc y = -$\frac{1}{3}$x + 1 .

4. Cas de droites parallèles et perpendiculaires

Cas de droites parallèle

Deux droites parallèles ont le même coefficient directeur a, mais une ordonnée à l'origine b différente.
<u>Exemple :</u> soit y = 2x + 5 et y' = 2x - 10. Ces deux droites sont parallèles car elles ont le même coefficient directeur (a = 2) et des ordonnées à l'origine différentes (b = 5 et b' = -10).

Cas de droites perpendiculaires

Deux droites sont perpendiculaires si la multiplication de leurs coefficients directeurs est égale à -1.

<u>Exemple :</u> soit y = -3x + 2 et y' = $\frac{1}{3}$x – 5. a $\times$ a' = -3 $\times$ $\frac{1}{3}$ = -1. Ces deux droites sont donc perpendiculaires.